

# 柔軟振り子の動的線状物体モデリング

## Dynamic linear object modeling of flexible pendulum

学 中西 永 (立命館大) 正 平井 慎一 (立命館大)

Hisashi NAKANISHI, Ritsumeikan University  
Shinichi HIRAI, Ritsumeikan University

Soft materials have properties such as passivity, safety and non-holonomic nature. Soft materials have been applied in various areas. However, it is difficult to calibrate soft material parameters. In this paper, we describe a method of viscosity calibration for thin metal materials. We simulate the motion of a flexible pendulum with modeling of linear object deformation. Additionally, we compare experimental and simulation results.

**key words:** Flexible pendulum, Deformable linear object, Material parameter

### 1. はじめに

材料の素材を生かしてソフトマテリアルを制御するという研究が近年盛んに行われている。ソフトマテリアルは材質が軽量かつ柔軟であるので固いものより、人や物と接触するときに安全である。柔軟な物体は周りの環境に対して形状変化をすることが可能であり、材料の弾性・粘性要素が高くなり非ホロノミックな運動となる。非ホロノミック系の特長として劣駆動などが挙げられ、ロボットアームの一部の関節を受動関節で構成するマニピュレータに関する研究 [1] や、非ホロノミックギアによる関節に関する研究 [2] などもある。他にも、2自由度のフレキシブルアームに関する研究も行われている [3]。市川らはマニピュレータの駆動を用いてその挙動から紐のパラメータの同定を行っている [4]。柔軟な物体を扱う場合には多リンク機構の場合、リンク数に応じた数だけパラメータの同定が必要になる。これらの柔軟物の動的特性の測定は容易ではない。

軽量かつ柔軟である条件を満たす材料の一つとして、薄金属が挙げられる。金属は延性 (ductile) があり、素材を薄く加工するのにすぐれている。また、機械的な性質として弾性 (elastic)、塑性 (plastic) などがありこれらの性質は材料パラメータのヤング率  $E$  を用いて物体表面の応力とひずみの関係を表すことができる。しかし、薄金属の場合は弾性項より慣性力、摩擦力などの粘性項の方が支配的になる。一般的に金属材料のねばさは靱性 (tough) として材料の衝撃的な抵抗を示すことができる [5]。弾性・塑性などの要素は静的引張試験を行えば容易に弾性を表すヤング率  $E$  を求めることができる。靱性については材料に動的加重を加える衝撃試験を行う必要があり、材料内部の亀裂などが大きく影響するので、結果の理論的な扱いは難しい。

そこで本研究では薄金属を片側端点のみを固定し回転に対してのみ自由な線状振り子を作成した。線状物体モデリング法 [6][7] を用いて柔軟振り子のシミュレーションを作成した。線状物体モデルは有限要素法 (FEM) を用いて線状物体を近似する方法であり、材料パラメータである曲げ剛性を係数として表すことができる。薄金属の動力学的な挙動を観測しシミュレーション結果と比較することで、材料の粘性の導出方法、結果との整合性を示す。

### 2. 柔軟振り子の動力学

#### 2.1 線状物体モデリングと力学式

##### 2.1.1 線状物体モデリング

本研究では微分幾何法を用いた線状物体モデルによってシミュレーションを作成する。図 1 に線状物体のモデル図を示す。物体の長さを  $L$ 、原点  $O$  からの距離を  $s$  として任意の点  $P(s)$  を定める。また、点  $P(s)$  における水平方向からの角度

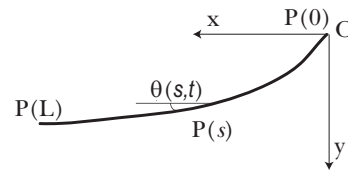


Fig.1 Dynamic deformation of linear object

を  $\theta(s,t)$  とし、時間の関数で表す。時間  $t$  における点  $P(s)$  の位置は以下のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} x(s,t) \\ y(s,t) \end{bmatrix} = \int_0^s \begin{bmatrix} \cos \theta(u,t) \\ \sin \theta(u,t) \end{bmatrix} du. \quad (1)$$

線状物体の全体の運動エネルギー  $T$  を線密度  $\rho$  を用いて表すと、

$$T = \int_0^L \frac{1}{2} \rho (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) ds. \quad (2)$$

となる。全体のポテンシャルエネルギーを  $U$  とすると以下のように表すことができる。

$$U = U_{flex} + U_{grav}. \quad (3)$$

ただし  $U_{flex}$  は曲げポテンシャルエネルギー、 $U_{grav}$  は重力ポテンシャルエネルギーを表す。それぞれ、

$$U_{flex} = \int_0^L \frac{1}{2} R_f \left( \frac{d\theta}{ds} \right)^2 ds, \quad (4)$$

$$U_{grav} = \int_0^L D \sin \theta(s) ds \quad (5)$$

と表すことができる。ここで、 $R_f$  は曲げ剛性を表し、材料の弾性係数と断面 2 次モーメントから算出可能である。 $D$  は物体の単位質量を表す。ここで、質点数を  $N$  点として、質点を線状物体の原点からの距離  $0 \leq s \leq L$  に等間隔に  $\theta_0 \sim \theta_N$  を定めて FEM を用いて質点間を補間する。以上の (2), (3) 式から  $L = T - U$  としてラグランジュ方程式に代入して運動方程式を求めると以下ようになる。

$$W \dot{\theta}_N - M \ddot{\theta}_N + Y \dot{\theta}_N - K \theta_N - G(\theta_N) = 0. \quad (6)$$

ここで  $\theta_N = [\theta_0, \dots, \theta_N]^T$  とし、 $W, Y$  は遠心力、コリオリ力、 $M$  は慣性力を表している。また、 $K$  は曲げポテンシャル

エネルギー、 $G$  は重力ポテンシャルエネルギーに関する項である。各行列の詳細については文献 [7] を参照されたい。各質点の角速度を  $\omega_N = [\omega_0, \dots, \omega_N]^T$  と定めて式 (6) を変形すると、

$$\dot{\theta}_N = \omega_N, \quad (7)$$

$$M\dot{\omega}_N = W\dot{\theta}_N + Y\dot{\theta}_N - K\theta_N - G(\theta_N) \quad (8)$$

と表すことができる。運動方程式は微分方程式系となるので、Runge-Kutta 法を用いて離散的に状態変数を求める。

### 2.1.2 粘性パラメータの導出

粘性パラメータとして、材料の特性である曲げ粘性を  $R_v$  とすると、曲げ粘性によるエネルギーの損失  $B$  は、

$$B = \int_0^L \frac{1}{2} R_v \left( \frac{d\theta}{ds} \right)^2 ds \quad (9)$$

と表すことができる。また、空気抵抗力を  $F_{air}$  とすると

$$F_{air} = \frac{1}{2} C_D \rho V^2 S \quad (10)$$

と表すことができる。ただし、 $C_D$  は空気抵抗係数、 $\rho$  [Kg/m<sup>3</sup>] は空気密度、 $V$  [m/s] は物体の速度、 $S$  [m<sup>2</sup>] は物体の投影面積を表す。これらの粘性パラメータを式 (8) に導入することによって粘性パラメータを考慮したモデルが可能となる。

## 2.2 実験結果

SUS304 を用いて厚さ 0.07 mm、幅 20.0 mm、長さ 200.0 mm の薄金属板を作成した。その物体を原点のみを固定して回転運動に対してフリーな機構を作成した。水平方向に伸ばした状態から先端位置を離し、その後の挙動を CMOS カメラを用いて 200fps で撮影を行った。使用した CMOS カメラには FPGA が搭載されており、高速処理が可能である [7]。時間間隔 0.05 s の形状の変化を図 2 に示す。線状物体は剛体ではなく柔軟な弾性体であるので、たわむように形状変化をしながら特徴的な振り子運動をする。

## 2.3 シミュレーション結果

2.1 節で示した運動方程式をもとにシミュレーションを作成した。初期条件  $N = 5$ 、 $\theta_N = [0, 0, \dots, 0]^T$  として、SUS304 の材料パラメータであるヤング率と断面 2 次モーメントによって計算した曲げ剛性  $R_f = 700 \mu\text{Nm}^2$  とした。曲げ粘性  $B$ 、空気抵抗  $F_{air}$  を考慮しない柔軟振り子のシミュレーション結果と質点の速度ベクトルを図 3 に示す。曲げ粘性  $B$ 、と空気抵抗  $F_{air}$  を考慮したシミュレーション結果を図 4 に示す。ただし  $R_v = 600 \mu\text{Nsm}$ 、 $C_D = 0.6$  と適当な値を代入した。実験結果とシミュレーション結果の曲げポテンシャルエネルギー  $U_{flex}$  を図 5、 $U_{grav}$  を図 6 に示す。ポテンシャルエネルギーの値に関しては各質点の角度  $\theta_0 \sim \theta_N$  をもとに算出した。

## 2.4 実験結果とシミュレーション結果の比較

図 2 と図 3 を比較するとシミュレーション結果の振れ幅は実験の結果より大きくなるが、0.15 s までの形状の変化はよく一致していることが分かる。0.15 s 以降においても振れ幅を考慮せず形状の変化のみに注目すると形状はほぼ一致している。図 5 の曲げポテンシャルエネルギー  $U_{flex}$  についても実験結果とシミュレーション結果 case1 のピーク値の 0.10 s までのエネルギーの変化はほぼ一致している。

図 2 と図 4 を比較すると図 3 との比較時と同様に 0.15 s までの形状の変化はほぼ一致していることが分かる。0.15 s に関しても先端位置の軌道に着目するとシミュレーション結果と実験結果はほぼ同軌道を描いていることが分かる。また、図 6 より、物体の持つ重力エネルギー  $U_{grav}$  の変化が一度エネルギーの減衰のピークが 0.25 s 前後でその後のエネルギーの

回復の傾きがよく一致している。形状が一致しない原因としては質点を代表点による近似で表現しているために複雑な形状は表現できないということが挙げられる。質点数を多くすることによってさらに形状の一致を表すことができると考えられる。

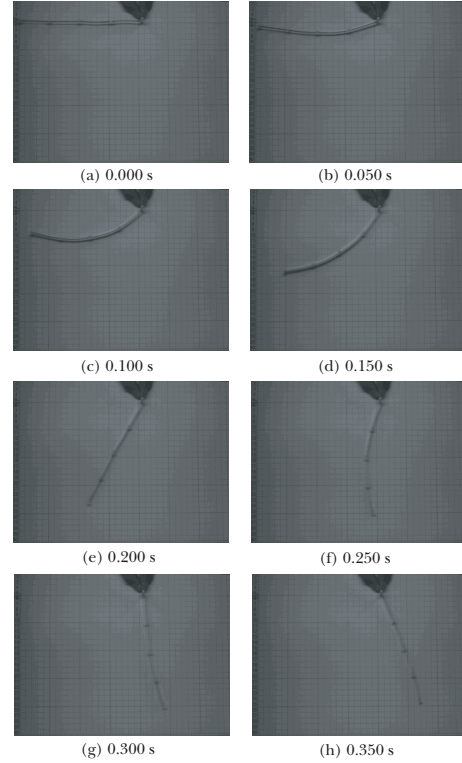


Fig.2 Swing motion

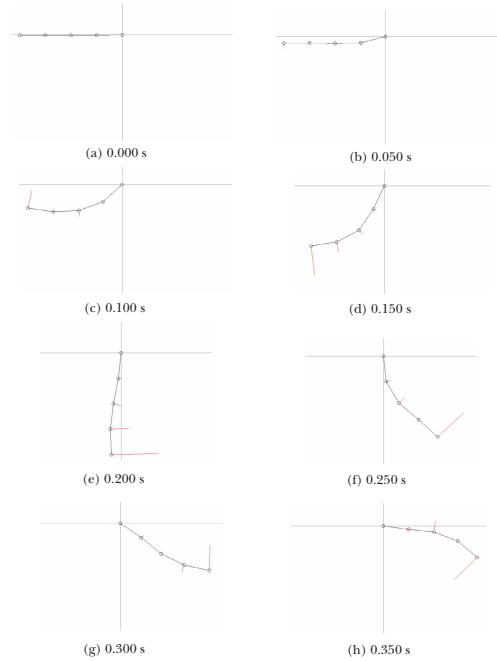


Fig.3 Simulation result without bending viscosity or air resistance

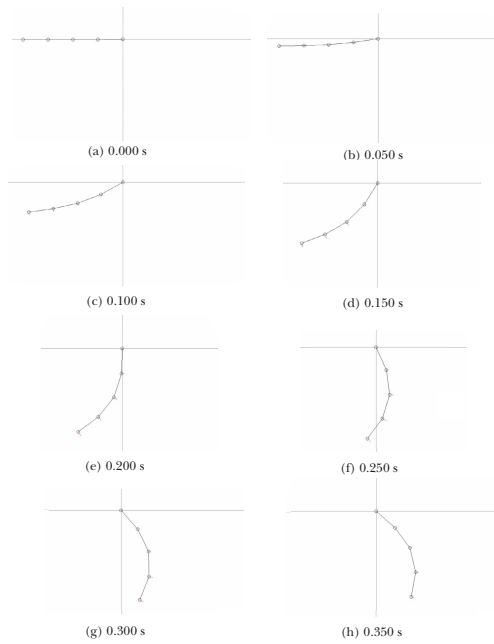


Fig.4 Simulation result with bending viscosity and air resistance

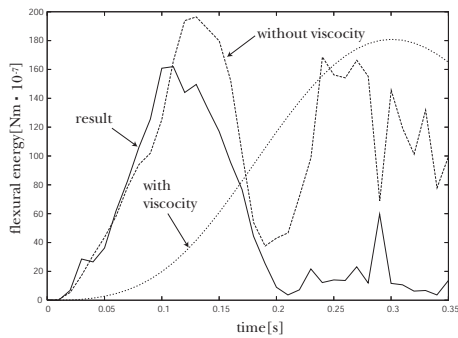


Fig.5 Flexural energy of flexible pendulum

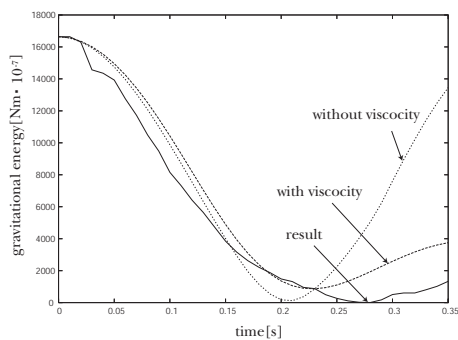


Fig.6 Gravital energy of flexible pendulum

## 2.5 結果の整合性とパラメータ導出の検証

2.4 節より実験結果とシミュレーション結果が部分的に一致していることは示された。粘性抵抗  $B$  のみを導入したシミュレーション結果を図 7 に、空気抵抗  $F_{air}$  のみを考慮したシミュレーション結果を図 8 に示す。図 3 と図 7 を比べると曲げ粘性は物体の変形を少なくするように働き、わずかであるが周期を遅らせていることが分かる。図 3 と図 8 より空

気抵抗は先端部分に集中して変形していることが分かる。空気抵抗は速度の 2 乗に比例するので先端部分の方が強く働いているといえる。図 9 にシミュレーション結果の運動エネルギーの比較を示す。結果的に粘性項の影響によって物体の運動エネルギーを減衰させている。また、エネルギーの極小値、極大値の時間的な変化から振り子の周期を遅くしていることが分かる。

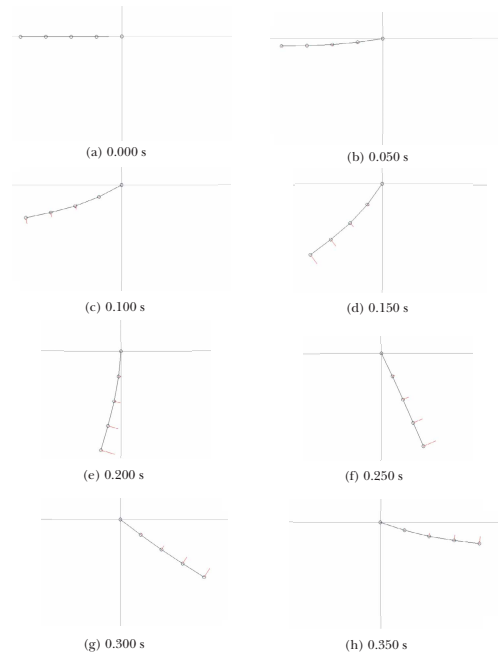


Fig.7 Simulation result with bending viscosity and without air resistance

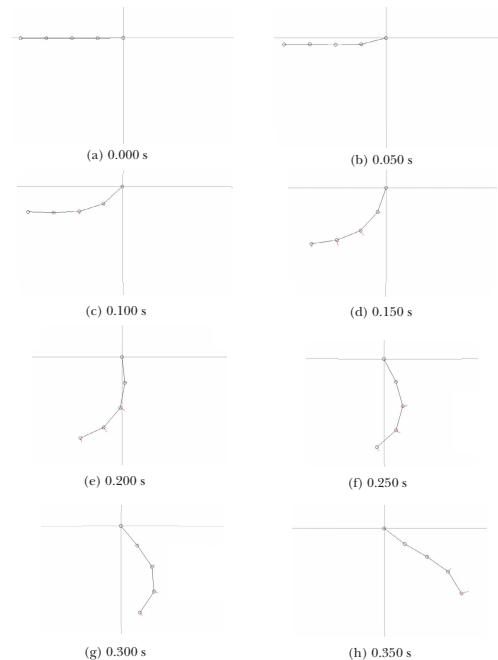


Fig.8 Simulation result without bending viscosity and with air resistance

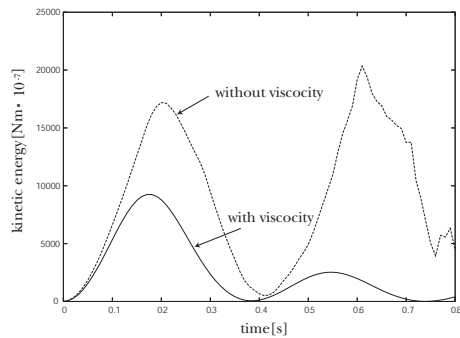


Fig.9 Kinetic energy of flexible pendulum

### 3. おわりに

本研究では、線状振り子を作成して線状振り子の動的な形状の変化を測定した。線状振り子では剛体の振り子と違い、特有の形状変化が見られた。また、線状物体モデリングを用いてシミュレーションを作成した。実験結果とシミュレーション結果がよく一致していることを確認した。また、シミュレーションの粘性項を含む材料パラメータを調節することによってシミュレーション結果に変化がみられ、結果と比較することによってパラメータの同定が可能なことを示した。ポテンシャルエネルギーの数値的な変化に関しては、十分な一致がみられなかった。今後は求めた材料パラメータを用いて柔軟物体の形状を変化を利用した運動についての検証を行う。

#### 参考文献

- [1] 鈴木高宏, "非ホロノミック超柔軟マニピュレータ", 生産研究, Vol52, No.5, pp237-242, 2000.
- [2] 中村, 濃沼, 鈴木, "非ホロノミック・マニピュレータの理論的設計と非線形制御", 日本ロボット学会誌, Vol13, No.5, pp674-682, 1995.
- [3] 吉川, 田村, "フレキシブルアームに対する仮想受動関節モデルの有効性の検討", 日本ロボット学会誌, Vol17, No.2, pp250-259, 1999.
- [4] 市川, 橋本, "リンクモデルを用いた紐の動的マニピュレーション", 第7回ロボティクスシンポジウム, 23C3, pp371-376, 2002.
- [5] 小原, "金属材料概論", 朝倉書店, 1991.
- [6] Hidefumi Wakamatsu, Shinichi Hirai, "Static modeling of linear object deformation based on differential geometry", The International journal of robotic research, Vol23, No.3, pp293-311, 2004.
- [7] Hidefumi Wakamatsu, Kosaku Takahashi, Shinichi Hirai, "Dynamic modeling of linear object deformation based on differential geometry coordinates", pro 2005 IEEE, pp1040-1045, 2005.